

# Metodología y tecnología de la programación

Ingeniería Informática (UCM)

Hoja de ejercicios 1

Curso 2006/2007

**Ejercicio 1** Demostrar por inducción sobre  $n \geq 0$  las siguientes igualdades:

1.  $\sum_{i=1}^n i = n(n+1)/2$ .
2.  $\sum_{i=1}^n i^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ .

**Ejercicio 2** Demostrar en detalle:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \quad \text{implica} \quad f \in O(g) \text{ y } g \notin O(f).$$

**Ejercicio 3** Encontrar dos funciones  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^*$  tales que  $f \notin O(g)$  y  $g \notin O(f)$ .

**Ejercicio 4** Suponiendo que todas las funciones que aparecen en los enunciados están definidas de  $\mathbb{N}$  en  $\mathbb{R}^*$ , demostrar:

1. Si  $f_1 \in O(g_1)$  y  $f_2 \in O(g_2)$ , entonces  $f_1 f_2 \in O(g_1 g_2)$ .
2.  $f \in O(g)$  si y solo si  $g \in \Omega(f)$ .
3.  $\Omega(f) \subset \Omega(g)$  si y solo si  $f \in \Omega(g)$  y  $g \notin \Omega(f)$ .

**Ejercicio 5** Hallar la solución *exacta* de las siguientes recurrencias:

$$(a) T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T(n-1) + n - 1 & n \geq 2. \end{cases} \quad (b) T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 6 & n = 2 \\ T(n-2) + 3n + 4 & n \geq 3. \end{cases}$$

**Ejercicio 6** Hallar la solución *exacta* de las siguiente recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2 \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + 1 & n \geq 2. \end{cases}$$

**Ejercicio 7** Supongamos que el siguiente algoritmo se ejecuta sobre un número natural  $n$  que es potencia de 5. Dar una relación de recurrencia para el número exacto de divisiones que se realizan en función de  $n$  y resolverla de forma exacta.

```
proc mickey(n : nat)
  si n = 1 entonces nada
  si no mouse := n/5
  para i := 1 hasta 4 hacer
    mickey(mouse)
  fpara
  fsi
fproc
```

**Ejercicio 8** ¿Qué valor devuelve la siguiente función? Dar la respuesta como función en términos de  $n$  y calcular su complejidad.

```
fun valor(n : nat) dev r : nat
var i, j, k : nat
r := 0
para i = 1 hasta n - 1 hacer
  para j = i + 1 hasta n hacer
    para k = 1 hasta j hacer
      r := r + 1
  fpara
fpara
ffun
```