Lógica

Ingeniería Informática (UCM)

Hoja de ejercicios 10 — Curso 2006/2007

Ejercicios de validez y equivalencia lógica

Ejercicio 1 Considera las dos argumentaciones siguientes:

$$(\text{A1})\quad \begin{array}{ll} & \text{Todos los zopiloides son pombiformes} \\ & \text{Arturo es un zopiloide} \\ \hline \therefore & \text{Arturo es pombiforme} \end{array}$$

$$(\text{A2})\quad \begin{array}{ll} & \text{Algunos sotanoideos son polimorfos} \\ & \text{Booz no es polimorfo} \\ \hline \therefore & \text{Booz no es sotanoideo} \end{array}$$

1. Formaliza las dos argumentaciones.
2. Demuestra que (A1) es válida.
3. Demuestra que (A2) no es válida.

Ejercicio 2 Demuestra o refuta las afirmaciones siguientes:

1. $\forall x\ (P(x) \to Q(x)) \vDash \forall x\ P(x) \to \forall x\ Q(x)$
2. $\forall x\ P(x) \vDash \exists x\ P(x)$
3. $\exists x\ P(x) \vDash \forall x\ P(x)$
4. $\forall x\ (P(x) \to Q(x)) \vDash \exists\ P(x) \to \exists x\ Q(x)$
5. $\forall x\ (\exists x\ P(x) \to P(x))$

Ejercicio 3 Un conjunto de fórmulas se llama *independiente* si tiene la propiedad de que ninguna fórmula del conjunto sea consecuencia lógica de las restantes. Dos conjuntos de fórmulas se llaman *equivalentes* si tienen los mismos modelos. Demuestra que para cualquier conjunto finito Φ de fórmulas puede encontrarse un subconjunto $\Phi_0 \subseteq \Phi$ que sea independiente y equivalente a Φ.

Ejercicio 4 Comprueba las siguientes equivalencias lógicas ayudándote de otras ya demostradas:

1. $\exists x\ \varphi \sim \neg\forall x\ \neg\varphi$
2. $\forall x\ \varphi \to \psi \sim \exists x\ (\varphi \to \psi)$ si $x \notin \mathrm{lib}(\psi)$
3. $\varphi \to \exists x\ \psi \sim \exists x\ (\varphi \to \psi)$ si $x \notin \mathrm{lib}(\varphi)$

Ejercicio 5 En cada uno de los casos que siguen, demuestra que la equivalencia lógica no es válida.

1. $\exists x\ P(x) \not\sim P(x)$
2. $\exists x\ P(x) \lor Q(x) \not\sim \exists x\ (P(x) \lor Q(x))$
3. $P(x) \to \exists x\ Q(x) \not\sim \exists x\ (P(x) \to Q(x))$
4. $P(x) \to \forall x\ Q(x) \not\sim \forall x\ (P(x) \to Q(x))$
5. $\exists x\ R(x,y) \not\sim \exists y\ R(y,y)$