Lógica

Ingeniería Informática (UCM)

Hoja de ejercicios 11 — Curso 2006/2007

Ejercicios de formas normales y tableaux

Ejercicio 1 Transforma cada una de las siguientes fórmulas en otra en forma prenexa que sea equivalente a ella.

1. $\varphi_1 \equiv \forall x\ (\exists y\ R(x,y) \to P(x))$
2. $\varphi_2 \equiv \forall x\ (P(x) \to \neg\forall y\ R(x,y))$
3. $\neg\varphi_1 \wedge \varphi_2$

Ejercicio 2 Transforma las fórmulas del ejercicio anterior a forma normal de Skolem.

Ejercicio 3 Construye tableaux que justifiquen las siguientes afirmaciones.

1. $\forall x\ (P(x) \to Q(x)) \vdash_{\mathrm{tb}} \forall x\ P(x) \to \forall x\ Q(x)$
2. $\neg\exists\ P(x) \vdash_{\mathrm{tb}} \forall y\ (\exists z\ P(z) \to P(y))$
3. $\vdash_{\mathrm{tb}} \exists x\ (P(x) \to \forall y\ P(y))$
4. $\vdash_{\mathrm{tb}} \forall x\ P(x) \vee \forall x\ Q(x) \to \forall x\ (P(x) \vee Q(x))$
5. $\vdash_{\mathrm{tb}} \exists\ P(x) \wedge \forall\ Q(y) \longleftrightarrow \exists x\ (P(x) \wedge \forall y\ Q(y))$

Ejercicio 4 Construye tableaux que justifiquen las siguientes afirmaciones:

1. $\vdash_{\mathrm{tb}} \forall x\ \exists y\ x = y$
2. $\vdash_{\mathrm{tb}} \forall x\ \forall y\ (x = y \wedge P(x) \to P(y))$
3. $\exists x\ \exists y\ (R(x,y) \wedge \forall z\ (z = x \vee z = y)) \vdash_{\mathrm{tb}} \forall x\ \forall y\ (x = y \vee R(x,y) \vee R(y,z))$

Ejercicio 5 Formaliza las siguientes argumentaciones y demuestra su validez utilizando tableaux.

1. Lanzarote ama a la reina Ginebra.
El rey Arturo ama a Lanzerote.
Un caballero leal solo ama si es amado.
La reina Ginebra solo es amada por caballeros.
El rey Arturo solo ama a los leales.
Ningún caballero amado por la reina Ginebra ama al rey Arturo.
Quien siendo amado no ama es un felón.
———
$\therefore$ Lanzarote es un felón.
2. Todas las porteñas alegres son amigas de marineros.
Ningún porteño feliz está casado con una porteña triste.
Los porteños casados con amigas de marineros son cornudos o marineros.
Algunos porteños felices están casados con porteñas y no son marineros.
———
$\therefore$ Algunos cornudos son felices.