

EJERCICIOS DE VALIDEZ Y EQUIVALENCIA LÓGICA

Ejercicio 1 Considera las dos argumentaciones siguientes:

(A1)
$$\frac{\begin{array}{l} \text{Todos los zopiloides son pombiformes} \\ \text{Arturo es un zopiloide} \end{array}}{\therefore \text{Arturo es pombiforme}}$$

(A2)
$$\frac{\begin{array}{l} \text{Algunos sotanoideos son polimorfos} \\ \text{Booz no es polimorfo} \end{array}}{\therefore \text{Booz no es sotanoideo}}$$

1. Formaliza las dos argumentaciones.
2. Demuestra que (A1) es válida.
3. Demuestra que (A2) no es válida.

Ejercicio 2 Demuestra o refuta las afirmaciones siguientes:

1. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \models \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$
2. $\forall x P(x) \models \exists x P(x)$
3. $\exists x P(x) \models \forall x P(x)$
4. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \models \exists P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$
5. $\models \forall x (\exists x P(x) \rightarrow P(x))$

Ejercicio 3 Un conjunto de fórmulas se llama *independiente* si tiene la propiedad de que ninguna fórmula del conjunto sea consecuencia lógica de las restantes. Dos conjuntos de fórmulas se llaman *equivalentes* si tienen los mismos modelos. Demuestra que para cualquier conjunto finito Φ de fórmulas puede encontrarse un subconjunto $\Phi_0 \subseteq \Phi$ que sea independiente y equivalente a Φ .

Ejercicio 4 Comprueba las siguientes equivalencias lógicas ayudándote de otras ya demostradas:

1. $\exists x \varphi \sim \neg \forall x \neg \varphi$
2. $\forall x \varphi \rightarrow \psi \sim \exists x (\varphi \rightarrow \psi)$ si $x \notin \text{lib}(\psi)$
3. $\varphi \rightarrow \exists x \psi \sim \exists x (\varphi \rightarrow \psi)$ si $x \notin \text{lib}(\varphi)$

Ejercicio 5 En cada uno de los casos que siguen, demuestra que la equivalencia lógica no es válida.

1. $\exists x P(x) \not\sim P(x)$
2. $\exists x P(x) \vee Q(x) \not\sim \exists x (P(x) \vee Q(x))$
3. $P(x) \rightarrow \exists x Q(x) \not\sim \exists x (P(x) \rightarrow Q(x))$
4. $P(x) \rightarrow \forall x Q(x) \not\sim \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$
5. $\exists x R(x, y) \not\sim \exists y R(y, y)$