

Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 7

Curso 2008/2009

EJERCICIOS SOBRE MÁQUINAS DE TURING

Ejercicio 1 Diseña una máquina de Turing que reconozca el lenguaje $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| \text{ es par}\}$. ¿Qué computación se obtiene sobre la entrada $caabbc$?

Ejercicio 2 Diseña una máquina de Turing que reciba como entrada el símbolo $\$$ seguido de un número n en base 2 y devuelva $n + 1$, también en binario. La cabeza de la cinta inicialmente señala el símbolo $\$$ y la máquina debe pararse con la cabeza señalando el símbolo más a la izquierda de $n + 1$. Por ejemplo, $q_0\$10011 \vdash^* q_f10100$ y $q_0\$11111 \vdash^* q_f100000$. Muestra la secuencia de configuraciones para la entrada $\$111$.

Ejercicio 3 Dada una secuencia de símbolos sobre $\Sigma = \{a, b\}$, construye una máquina de Turing que devuelva la secuencia resultante de tomar un símbolo de cada tres, empezando por el primero.

Ejercicio 4 Una máquina de Turing se para si entra en un estado q señalando un símbolo X de la cinta tal que $\delta(q, X)$ no está definido. Dada una máquina de Turing M , se define $L'(M)$ como el lenguaje de todas las cadenas sobre las que M para. Demuestra que el conjunto de los lenguajes definidos por máquinas de Turing atendiendo a los estados finales coincide con el conjunto de los lenguajes aceptados por máquinas de Turing atendiendo a su parada; es decir:

$$\{L(M) \mid M \text{ máquina de Turing}\} = \{L'(M) \mid M \text{ máquina de Turing}\}.$$

Ejercicio 5 Determina, informalmente, el lenguaje aceptado por la máquina de Turing $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, b\}, \delta, q_0, b, q_f)$, cuando:

1. $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, \rightarrow)$, $\delta(q_1, 1) = (q_0, 0, \rightarrow)$, $\delta(q_1, b) = (q_f, b, \rightarrow)$.
2. $\delta(q_0, 0) = (q_0, b, \rightarrow)$, $\delta(q_0, 1) = (q_1, b, \rightarrow)$, $\delta(q_1, 1) = (q_1, b, \rightarrow)$, $\delta(q_1, b) = (q_f, b, \rightarrow)$.

Ejercicio 6 Describe informalmente una máquina de Turing que, dada una lista de palabras sobre $\{0, 1\}$ separadas por $\#$, acepte si todas las cadenas son distintas. Se trata, por tanto, de reconocer el lenguaje

$$E = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_n \mid x_i \in \{0, 1\}^* \text{ y } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Ejercicio 7 De manera informal pero clara, describe las máquinas de Turing de varias cintas que aceptan los siguientes lenguajes, procurando que operen en tiempo proporcional a la longitud de la entrada.

1. El conjunto de cadenas con el mismo número de ceros que de unos.
2. $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.

Ejercicio 8 Una máquina con k pilas es un autómata con pila determinista, pero con k pilas. Un movimiento de esta máquina depende del estado actual, del símbolo de entrada leído y de la cima de cada una de las pilas, y da lugar a un nuevo estado y a reemplazar el símbolo en la cima de cada pila por una cadena de símbolos, posiblemente distinta para cada una. Por tanto, una regla de transición típica tiene la forma

$$\delta(q, a, X_1, \dots, X_k) = (p, y_1, \dots, y_k).$$

Se supone, además, que existe un símbolo especial $\$$ que solo aparece al final de la entrada de la máquina con k pilas y que no forma parte de la misma. Demuestra que si L es un lenguaje aceptado por una máquina de Turing entonces L también es aceptado por una máquina con 2 pilas.