Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 8 — Curso 2008/2009

Ejercicios sobre indecidibilidad

Ejercicio 1 Si en la enumeración de las cadenas sobre $\{0,1\}$ suponemos que empezamos a contar desde 1, esto es, $w_1 = \epsilon$, $w_2 = 0, \ldots$, ¿qué característica poseen las cadenas que son codificaciones de MT? Haciendo uso de esta observación y siguiendo los pasos de la demostración de que el lenguaje L_d no es r.e., demuestra que el lenguaje $L = \{w_i \mid w_i \notin M_{2i}\}$ tampoco lo es.

Ejercicio 2 Demuestra que si L_1 y L_2 son lenguajes recursivos, entonces $L_1 \cap L_2$ también lo es. ¿Y $L_1 \cup L_2$?

Ejercicio 3 Sea $L_1, L_2, \ldots, L_k$ una colección de lenguajes sobre el alfabeto Σ tal que:

1. Para todo $i \neq j$, $L_i \cap L_j = \emptyset$.
2. $L_1 \cup \cdots \cup L_k = \Sigma^*$.
3. Cada L_i es r.e.

Demuestra que cada uno de los L_i es recursivo.

Ejercicio 4 Demuestra que los siguientes lenguajes son recursivos:

1. $L_1 = \{(R, S) \mid R$ y S son expresiones regulares y $L(R) \subseteq L(S)\}$.
2. $L_2 = \{G \mid G$ es una GI sobre $\{0,1\}$ y $1^* \cap L(G) \neq \emptyset\}$.

Ejercicio 5 Demuestra que el lenguaje $\{M \mid L(M) \neq \emptyset\}$ es r.e.