

Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Repaso sobre lenguajes regulares e incontextuales

Curso 2008/2009

Ejercicio 1 Dada una cadena $w = w_1 \dots w_n$, se define $w^R = w_n \dots w_1$. Dado un lenguaje L , se define $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$.

1. Demuestra que si L es un lenguaje regular, también lo es L^R .
2. Sea el alfabeto

$$\Sigma = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Σ contiene todas las columnas de ceros y unos. Una cadena de símbolos sobre Σ da lugar a tres filas de ceros y unos. Supongamos que cada fila representa un número binario y sea

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{la fila inferior de } w \text{ es la suma de las dos superiores}\}.$$

Demuestra que L es regular. *Indicación:* utiliza el apartado anterior.

Ejercicio 2 Sea L un lenguaje. Se define *descolgar*(L) como el lenguaje formado por todas las cadenas que se pueden obtener eliminando un símbolo de una cadena de L . Así, *descolgar*(L) = $\{wv \mid wxv \in L, \text{ donde } w, v \in \Sigma^*, x \in \Sigma\}$. Demuestra que la clase de los lenguajes regulares es cerrado bajo la operación *descolgar*.

Ejercicio 3 Demuestra que todo lenguaje regular es un lenguaje incontextual. *Indicación:* construye una GI por inducción sobre el número de operadores de la expresión regular.

Ejercicio 4 Sea $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$ y

$$L = \{x = y + z \mid x, y, z \text{ son números naturales en binario y } x \text{ es la suma de } y \text{ y } z\}.$$

Demuestra que L no es regular.

Ejercicio 5 Da expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. $L_1 = \{w \mid |w| \leq 5\}$.
2. $L_2 = \{w \mid w \neq \epsilon\}$.
3. $L_3 = \{w \mid w \text{ contiene al menos un } 0 \text{ y como mucho un } 1\}$.

Ejercicio 6 Describe alguna gramática incontextual que genere el lenguaje vacío.

Ejercicio 7 Verdadero o falso:

1. Si un lenguaje L es aceptado por un AFN con n estados, debe ser aceptado por algún AFD con 2^n estados.
2. Si un lenguaje L es aceptado por un AFD con 2^n estados, debe ser aceptado por algún AFN con n estados.

Ejercicio 8 Diseña gramáticas incontextuales para los siguientes lenguajes:

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$.
2. $\overline{L_1}$.
3. $L_2 = \{a^l b^m c^n \mid m = l + n\}$.
4. $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ empieza y acaba en } a, \text{ sin } a \text{es intermedias}\}$.
5. $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tiene tantas } a \text{es como } b \text{es}\}$.
6. $L_5 = \{a^l b^m c^n \mid m \leq l + n\}$.