

Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 6

Curso 2008/2009

EJERCICIOS SOBRE PROPIEDADES DE LOS LI

Ejercicio 1 Sean G una gramática incontextual y G' obtenida a partir de G eliminando los símbolos no generadores y aquellas producciones en las que intervengan. Demuestra que $L(G) = L(G')$.

Ejercicio 2 Aplica un método sistemático para pasar las siguientes gramáticas incontextuales a FNC. El símbolo inicial es I . No es necesario que muestres cómo aplicas cada paso de tu método: solo se pide que muestres la gramática que resulta después de aplicar cada uno de los pasos, así como la gramática final.

- | | | |
|--|--------------------------------------|-------------------------------|
| 1. $I \rightarrow aAB$ | 2. $I \rightarrow AIB \mid \epsilon$ | 3. $I \rightarrow AAA \mid B$ |
| $A \rightarrow BAB \mid \epsilon \mid B$ | $A \rightarrow aAI \mid a$ | $A \rightarrow aA \mid B$ |
| $B \rightarrow a \mid b \mid CD$ | $B \rightarrow IbI \mid A \mid bb$ | $B \rightarrow \epsilon$ |
| $C \rightarrow ba$ | | |
| $D \rightarrow DD$ | | |

Ejercicio 3 ¿Es posible determinar, para todo lenguaje incontextual sin ϵ , una gramática tal que todas sus producciones sean de la forma $A \rightarrow BCD$ o de la forma $A \rightarrow a$? Demuéstralo o encuentra un contraejemplo.

Ejercicio 4 Demuestra que los siguientes lenguajes no son incontextuales:

1. $\{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$.
2. $\{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$.
3. $\{0^i 1^j \mid j = i^2\}$.
4. $\{a^n b^n c^i \mid n \leq i \leq 2n\}$.

Ejercicio 5 Sean los lenguajes $L_1 = \{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$ y $L_2 = \{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \geq 0\}$. Demuestra que L_1 y L_2 son incontextuales. ¿Es $L_1 \cap L_2$ un lenguaje incontextual?

Ejercicio 6 Demuestra que el lenguaje $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ es incontextual si L lo es.

Ejercicio 7 Dado un lenguaje L , se define $inicio(L) = \{w \mid wx \in L \text{ para algún } x\}$. Demuestra que $inicio(L)$ es incontextual si L lo es.

Ejercicio 8 Describe algoritmos para decidir lo siguiente:

1. ¿Es finito $L(G)$ para una GI G dada?
2. ¿Contiene $L(G)$ al menos 100 cadenas para una GI G dada?

Ejercicio 9 Demuestra que en cualquier gramática en FNC todos los árboles de derivación para las cadenas de longitud n tienen $2n - 1$ nodos internos.