Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 3 Curso 2009/2010

Ejercicios sobre propiedades de los lenguajes regulares

Ejercicio 1 (Hopcroft 4.1.1 y 4.1.2) Demuestra que los siguientes lenguajes no son regulares:

1. $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.
2. $\{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$.
3. $\{0^n 1^m 0^n \mid n$ y m son enteros arbitrarios$\}$.
4. $\{0^n 1^{2n} \mid n \geq 1\}$.
5. $\{0^n \mid n$ es un cubo perfecto$\}$.
6. El conjunto de cadenas de ceros y unos cuya longitud es un cuadrado perfecto.
7. El conjunto de cadenas de la forma $w1^n$, donde w es una cadena de ceros y unos de longitud n.

Ejercicio 2 Estudia si los siguientes lenguajes son regulares:

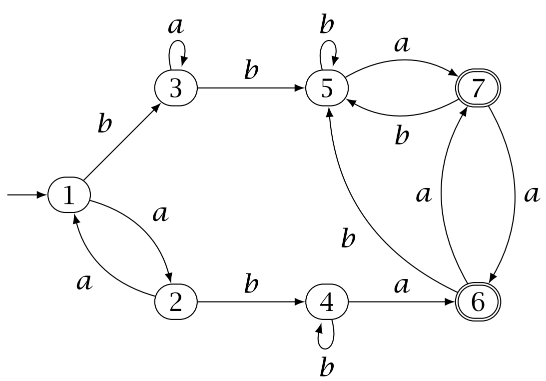
1. $\{a^n b^m \mid n + m \geq 3\}$.
2. $\{www \mid w \in \Sigma^*\}$.

Ejercicio 3 (Hopcroft 4.2.2) Si L es un lenguaje y a es un símbolo, L/a, el cociente de L entre a, es el conjunto de cadenas w tales que wa pertenece a L. Por ejemplo, si $L = \{a, aab, baa\}$ entonces $L/a = \{\epsilon, ba\}$. Demuestra que si L es regular, también lo es L/a.

Ejercicio 4 (Hopcroft 4.2.7) Si $w = a_1 \ldots a_n$ y $x = b_1 \ldots b_n$ son cadenas de la misma longitud, se define $alt(w, x)$ como la cadena $a_1 b_1 a_2 b_2 \ldots a_n b_n$ en la que los símbolos de w y de x se alternan, empezando por w. Si L y M son lenguajes, se define $alt(L, M)$ como el conjunto de cadenas de la forma $alt(w, x)$ donde w es una cadena de L y x es una cadena en M de la misma longitud. Demuestra que si L y M son regulares entonces $alt(L, M)$ también lo es.

Ejercicio 5 (Hopcroft 4.2.8) Si L es un lenguaje, se define $mitad(L)$ como el conjunto de las primeras mitades de las cadenas de L, es decir, $\{w \mid$ existe x con $|x| = |w|$ y $wx \in L\}$. Demuestra que si L es regular entonces $mitad(L)$ también lo es.

Ejercicio 6 Minimiza el siguiente AFD:



Ejercicio 7 (Hopcroft 4.3.4) Define un algoritmo para determinar si dos lenguajes regulares L_1 y L_2 tienen al menos una cadena en común.

Ejercicio 8 Responde a las siguientes cuestiones:

1. Sean L_1, L_2 y L_3 tres lenguajes no regulares diferentes. ¿Puede ser $L_1 \cup L_2 \cup L_3$ regular? ¿Puede ser $L_1 \cap L_2 \cap L_3$ regular?
2. ¿Existe algún lenguaje regular L tal que cualquier AFD que reconozca L debe tener como mínimo 27351 estados? Explica tu respuesta.

Ejercicio 9 (Febrero 2009) Utilizando que el lenguaje $L_{01} = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ no es regular, demuestra que los siguientes lenguajes tampoco lo son haciendo uso de operaciones que preservan la regularidad:

1. $L_A = \{0^i 1^j \mid i \neq j\}$.
2. $L_B = \{0^n 1^m 2^{n-m}\}$.

Ejercicio 10 (Kozen 28) Dado $L \subseteq \{0,1\}^*$, sea $L' = \{xy \mid x1y \in L\}$, esto es, L' está formado por las cadenas obtenidas a partir de la eliminación de un 1 en una cadena de L. Demuestra que L' es regular si L lo es.

Ejercicio 11 (Febrero 2009) Demuestra que los siguientes autómatas son equivalentes.