Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 8 Curso 2009/2010

Ejercicios sobre indecidibilidad

Ejercicio 1 (Hopcroft 9.1.3) Si en la enumeración de las cadenas sobre $\{0,1\}$ suponemos que empezamos a contar desde 1, esto es, $w_1 = \epsilon$, $w_2 = 0$, $\dots$, ¿qué característica poseen las cadenas que son codificaciones de MT? Haciendo uso de esta observación y siguiendo los pasos de la demostración de que el lenguaje L_d no es r.e., demuestra que el lenguaje $L = \{w_i \mid w_i \notin L(M_{2i})\}$ tampoco lo es.

Ejercicio 2 Demuestra que si L_1 y L_2 son lenguajes recursivos, entonces $L_1 \cap L_2$ también lo es. ¿Y $L_1 \cup L_2$?

Ejercicio 3 (Hopcroft 9.2.4) Sea $L_1, L_2, \dots, L_k$ una colección de lenguajes sobre el alfabeto Σ tal que:

1. Para todo $i \neq j$, $L_i \cap L_j = \emptyset$.
2. $L_1 \cup \cdots \cup L_k = \Sigma^*$.
3. Cada L_i es r.e.

Demuestra que cada uno de los L_i es recursivo.

Ejercicio 4 Demuestra que los siguientes lenguajes son recursivos:

1. $L_1 = \{(R,S) \mid R$ y S son expresiones regulares y $L(R) \subseteq L(S)\}$.
2. $L_2 = \{G \mid G$ es una GI sobre $\{0,1\}$ y $1^* \cap L(G) \neq \emptyset\}$.

Ejercicio 5 Demuestra que el lenguaje $\{M \mid L(M) \neq \emptyset\}$ es r.e.

Ejercicio 6 (Septiembre 2009) Basándote en la codificación para máquinas de Turing vista en clase, inventa un sistema de codificación para las máquinas de Turing que tengan tres cintas. Aplícalo al siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_1,a,b,a) = (q_2,a,D,a,D,b,E) & \delta(q_3,b,b,b) = (q_1,a,D,a,I,b,E) \\
\delta(q_2,a,b,b) = (q_2,a,D,a,E,b,E) & \delta(q_2,b,b,a) = (q_3,a,E,a,D,b,E) \\
\delta(q_3,a,a,a) = (q_4,a,I,b,I,b,E) & \delta(q_2,a,b,b) = (q_2,a,E,a,D,b,E)
\end{array}$$

Ejercicio 7 (Hopcroft 9.3.5) Sea $L = \{(M_1, M_2, k) \mid L(M_1) \cap L(M_2)$ tiene al menos k cadenas$\}$. Demuestra que L es r.e. pero no recursivo.

Ejercicio 8 Demuestra que, dada una MT M y un estado q, el problema de determinar si M alcanza el estado q es indecidible.

Ejercicio 9 Demuestra que ni el lenguaje $L = \{M \mid L(M)$ es regular$\}$ ni su complementario son r.e.