Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Repaso del primer parcial — Curso 2009/2010

Ejercicio 1 Dada una cadena $w = w_1 \ldots w_n$, se define $w^R = w_n \ldots w_1$. Dado un lenguaje L, se define $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$.

1. Demuestra que si L es un lenguaje regular, también lo es L^R.
2. Sea el alfabeto
$$\Sigma = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}.$$
Σ contiene todas las columnas de ceros y unos. Una cadena de símbolos sobre Σ da lugar a tres filas de ceros y unos. Supongamos que cada fila representa un número binario y sea
$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{la fila inferior de } w \text{ es la suma de las dos superiores}\}.$$
Demuestra que L es regular. *Indicación*: utiliza el apartado anterior.

Ejercicio 2 Sea L un lenguaje. Se define *descolgar*(L) como el lenguaje formado por todas las cadenas que se pueden obtener eliminando un símbolo de una cadena de L. Así, *descolgar*$(L) = \{wv \mid wxv \in L$, donde $w, v \in \Sigma^*, x \in \Sigma\}$. Demuestra que la clase de los lenguajes regulares es cerrado bajo la operación *descolgar*.

Ejercicio 3 Demuestra que todo lenguaje regular es un lenguaje incontextual. *Indicación*: construye una GI por inducción sobre el número de operadores de la expresión regular.

Ejercicio 4 Da expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. $L_1 = \{w \mid |w| \leq 5\}$.
2. $L_2 = \{w \mid w \neq \epsilon\}$.
3. $L_3 = \{w \mid w$ contiene al menos un 0 y como mucho un 1$\}$.

Ejercicio 5 Describe alguna gramática incontextual que genere el lenguaje vacío.

Ejercicio 6 Verdadero o falso:

1. Si un lenguaje L es aceptado por un AFN con n estados, debe ser aceptado por algún AFD con 2^n estados.
2. Si un lenguaje L es aceptado por un AFD con 2^n estados, debe ser aceptado por algún AFN con n estados.

Ejercicio 7 Diseña gramáticas incontextuales para los siguientes lenguajes:

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\} \mid w = w^R\}$.
2. $\overline{L_1}$.
3. $L_2 = \{a^l b^m c^n \mid m = l + n\}$.
4. $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w$ empieza y acaba en a, sin $a$es intermedias$\}$.
5. $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w$ tiene tantas $a$es como $b$es$\}$.
6. $L_5 = \{a^l b^m c^n \mid m \leq l + n\}$.

Ejercicio 8 Dado un AP P, demuestra que existe un AP P' con un único estado y tal que $N(P) = N(P')$.