

Teoría de autómatas y lenguajes formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas (UCM)

Hoja de ejercicios 4

Curso 2009/2010

EJERCICIOS SOBRE LENGUAJES Y GRAMÁTICAS INCONTEXTUALES

Ejercicio 1 (Hopcroft 5.1.7) Diseña gramáticas incontextuales para los siguientes lenguajes:

1. $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.
2. $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ o } j \neq k\}$.
3. El conjunto de todas las cadenas sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que no son de la forma ww .

Ejercicio 2 (Febrero 2009) Diseña una GI para el lenguaje de las palabras con un número par de a 's sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Demuestra rigurosamente que la GI efectivamente genera dicho lenguaje.

Ejercicio 3 (Hopcroft 5.1.2) La siguiente gramática genera el lenguaje representado por la expresión regular $0^*1(0+1)^*$:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A1B \\ A &\rightarrow 0A \mid \epsilon \\ B &\rightarrow 0B \mid 1B \mid \epsilon \end{aligned}$$

Obtén las derivaciones más a la izquierda y más a la derecha de las siguientes cadenas:

1. 00101.
2. 1001.
3. 00011.

Ejercicio 4 (Kozen 76) Sea el conjunto $a^*b^*c^* \setminus \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ de las cadenas de a 's seguidas de b 's seguidas de c 's tales que el número de a 's, b 's y c 's no es el mismo. Define una GI para este conjunto y demuestra informalmente que la gramática es correcta.

Ejercicio 5 (Hopcroft 5.1.4) Se dice que una gramática incontextual es *lineal por la derecha* si el cuerpo de cada producción tiene a lo sumo una variable y dicha variable se encuentra en el extremo derecho. Es decir, todas las producciones de una gramática lineal por la derecha son de la forma $A \rightarrow wB$ o $A \rightarrow w$, donde A y B son variables y w es una cadena de cero o más símbolos terminales.

1. Demuestra que toda gramática lineal por la derecha genera un lenguaje regular.
2. Demuestra que todo lenguaje regular tiene una gramática lineal por la derecha.

Ejercicio 6 (Hopcroft 5.2.1) Obtén los árboles de derivación correspondientes a las derivaciones del ejercicio 3.

Ejercicio 7 (Hopcroft 5.2.2) Sea G una GI sin ninguna producción con ϵ en el lado derecho. Si $w \in L(G)$, la longitud de w es n y w tiene una derivación en m pasos, demuestra que w tiene un árbol de derivación con $n + m$ nodos.

Ejercicio 8 (Hopcroft 5.4.3) Considera la gramática

$$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \epsilon.$$

Esta gramática es ambigua. Demuestra en particular que la cadena $aabab$ tiene:

1. Dos árboles de derivación.
2. Dos derivaciones más a la izquierda.
3. Dos derivaciones más a la derecha.

Encuentra una gramática incontextual no ambigua equivalente.